Infinit, numiri, descoperire – o perihoreză a cunoaşterii

– o incursiune în istoria ştiinţei –

Florin Caragiu
editura_platytera@yahoo.com
Mihai Caragiu
m-caragiu1@onu.edu

Recenzie tematica, initial publicata in revista SINAPSA nr. 1 (2008)

Putem vedea un exemplu istoric interesant de fertilitate a demersului filosofico-religios pentru creativitatea ştiinţifică în articolul lui Loren Graham şi Jean-Michel Kantor: "*A comparison of two cultural approaches to mathematics: France and Russia, 1890-1930*"[1].

Şcoala rusă de gândire din care făceau parte matematicieni ruşi de prestigiu precum Dmitri Egorov (1869-1931) şi Nikolai Luzin (1883-1950), şi influenţată de prietenul şi colegul lui Luzin Pavel Florenski (1882-1937) încerca să găsească o cale de ieşire din concepţia despre lume dominantă – seculară, raţionalistă şi pozitivistă.

Influenţaţi de o anume familiarizare cu practica isihastă acompaniată de o reflecţie filosofico-religioasă cu privire la „numire", ei au pus accentul în cercetarea ştiinţifică pe libertatea dată omului de a crea obiecte matematice.

Teza articolului mai sus menţionat este că „în Franţa cultura raţionalistă şi secularizată predominantă a exercitat o influenţă negativă în ceea ce priveşte acceptarea mulţimilor infinite (în particular, a celor nenumărabile)[2] drept obiecte matematice legitime, în

---

[1] Isis 97 (2006), no. 1, 56-74; Mathematical Reviews MR2216396 (2006m: 01011). Autorii pun în lumină legăturile cercului de matematicieni ruşi cu mişcarea rusă Imiaslavie, în care problema numelui şi numirii lui Dumnezeu a căpătat o însemnătate centrală. Anumite vederi extreme (plecând de la afirmaţia monahului Ilarion că „Numele lui Dumnezeu este Dumnezeu") au fost denunţate ca eretice de Sinodul Bisericii Ruse în 1913. Se poate spune însă că, în esenţă, la baza interacţiei între isihasm şi fundamentele matematicii moderne stă perspectiva patristică asupra potenţialului libertăţii creatoare omeneşti în dialog şi sinergie cu Dumnezeu. În fapt, argumentele din cadrul acestei interacţii care implicau excese puteau fi reformulate, eliminând excesele într-o manieră ortodoxă. În ce priveşte poziţia lui Pavel Florenski, Pr. Nicolae Nicolescu observă că „se ocupă de «numele lui Dumnezeu» în mod special în două lucrări ale sale: «Preaslăvirea numelui ca premisă filosofică» şi «Despre numele lui Dumnezeu». De asemenea, vorbeşte despre numele lui Dumnezeu în Anexa III din volumul «La cumpăna gândirii», intitulată: «Fragment din scrisoarea lui Pavel Florenski la rugămintea Părintelui Arhimandrit David, ca răspuns la scrisoarea preaslăvitorilor numelui lui Dumnezeu, de la Athos». Scrisoarea a fost scrisă din Caucaz". Lucrarea Pr. Nicolescu se găseşte la adresa:
http://www.crestinortodox.ro/Definirea_numelui_lui_Dumnezeu_la_Parintele_Pavel_Florenski-p160-16204.

[2] „Teoria mulţimilor este ştiinţa matematică a infinitului; pleacă de la operaţii elementare cu mulţimi. O mulţime este orice colecţie bine definită de obiecte (elementele care aparţin mulţimii). Colecţia poate fi finită sau infinită. Funcţiile sunt corespondenţe între mulţimi. Dacă există o corespondenţă bijectivă între două mulţimi se spune că au acelaşi (număr) cardinal (acest număr poate fi infinit). De exemplu, orice mulţime aflată în corespondenţă bijectivă cu mulţimea numerelor întregi se cheamă numărabilă. Cardinalul ei este numit *aleph 0*. Aşa a definit Cantor în mod specific numerele cardinale (numerele ordinale sunt definite în mod similar pentru mulţimi inzestrate cu o relaţie de bună ordonare). Numerele transfinite sunt oricare dintre aceste numere construite prin diverse operaţii şi comparate, atunci când e posibil, între ele. Ele au fost introduse de Cantor în 1882 în strânsă legătură

timp ce vederile religioase mistice ale întemeietorilor Şcolii de Matematică Ruseşti au avut o atitudine pozitivă în direcţia unei asemenea acceptări”[3].

*

Ca simptome ale raţionalimului francez în câmpul cercetării matematice, autorii articolului arată că „Lebesgue era strict împotriva folosirii Axiomei Alegerii[4]. Nu mai devreme de 1905 Picard respingea funcţiile discontinue”[5], iar „în 1908 Borel se opunea încă folosirii infiniturilor nenumărabile”. „Borel şi alţi matematicieni francezi doreau să păstreze, în cel mai mare grad posibil, întrebările filosofice în afara cadrului matematicii”, pe când matematicienii ruşi amintiţi „voiau să integreze abordările filosofice şi religioase în matematică”[6].

Graham şi Kantor observă că prin „acceptarea numerelor transfinite drept obiecte matematice legitime” aceşti cercetători, îndeosebi Nikolai Luzin, au stimulat „dezvoltarea funcţiilor de o variabilă reală şi naşterea Şcolii Ruse de Matematică, care a avut o influenţă majoră în matematica veacului al XX-lea”[7].

În articol este pusă în lumină reacţia negativă manifestată de mediul cultural şi filosofic din Franţa comparativ cu receptarea sa în alte ţări. „Influenţele diverse, uneori contradictorii, provenite din cartezianism, pozitivism şi gândirea lui Pascal[8] îi avertizau pe

---

cu consideraţii filosofice şi chiar religioase cu privire la „Absolut”. Aceasta a fost prima introducere a infinitului în matematică (care s-a numit «infinit actual» în contrast, urmând lui Aristotel, cu «infinitul potenţial», gândit ca un proces limită). Teoria mulţimilor s-a născut din studiul punctelor de pe axa reală. Ulterior eforturile de a descrie şi clasifica asemenea mulţimi avea să conducă la teoria descriptivă a mulţimilor. Vezi José Ferreiro´s, *Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics* (Basel/Boston: Birkhäuser, 1999); Walter Purkert, “Georg Cantor und die Antinomien der Mengenlehre”, *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique,* 1986, *38:*313–327; şi Purkert, *Georg Cantor, 1845–1918* (Basel/Boston: Birkhäuser, 1987)” (Graham, Cantor, art. cit.).

[3] Din păcate, Graham şi Kantor ratează esenţa perspectivei teologice, aşezând nu fără o anume „satisfacţie subversivă” temeiul creativităţii matematicienilor ruşi tocmai în „erezie”. În fapt, teologia creştin-ortodoxă a numirilor are o adâncă întemeiere biblic-patristică şi nu se opune, ci este favorabilă unui demers cunoscător şi creator al omului, în sinergie cu Dumnezeu, în domeniul sensibil şi inteligibil al lumii create.

[4] Axioma Alegerii: „Pentru orice multime de mulţimi nevide există o funcţie care asociază fiecărei dintre aceste mulţimi unul dintre elementele sale” (Graham, Kantor, art. cit.).

[5] „Natura nu face salturi; avem sentimentul, s-ar putea spune chiar credinţa, că în natură nu e loc pentru discontinuitate”, art. cit., cf.: „*La science moderne et son état actuel*”, Paris, Flammarion, 1905, Ch. II, „*Sciences mathématiques et astronomie*”). „Până la lucrările lui Baire («bazate pe concepte din noua teorie a mulţimilor»), funcţiile erau înţelese în sensul lui Euler, i.e. graficul lor era reprezentat printr-o linie continuă cu tangente peste tot în afara unui număr finit de puncte (funcţiile discontinue prezintă salturi în graficul corespunzător lor)” (Graham, Kantor, art. cit.).

[6] idem.

[7] idem.

[8] În perioada amintită stânga radicală franceză, din care făcea parte şi Borel ca membru activ, manifesta „o puternică identificare cu Descartes, adevăratul protector al gânditorilor şi oamenilor de ştiinţă francezi”. De asemeni, „sfârşitul veacului al XIX-lea văzut triumful pozitivismului lui August Comte nu numai la Sorbona, ci în întreg sistemul educaţional francez prin reforma sa survenită în 1902. Pentru Comte odată ce ştiinţa se eliberează de toate influenţele metafizice şi intră în «stadiul pozitiv» scopul ei nu mai este o căutare metafizică a adevărului sau o teorie raţională care îşi propune să reprezinte realitatea. În schimb, ştiinţa este alcătuită din legi (corelări ale faptelor observabile) ce

matematicienii francezi să nu amestece psihologia sau filozofia (ca să nu mai vorbim de religie!) cu matematica ci mai degrabă să restrângă noţiunile matematice la cele pentru care se putea afla o definiţie precisă precum şi o reprezentare clară în minte". În cele din urmă, „ruşii au creat un nou domeniu, teoria descriptivă a mulţimilor[9], într-o perioadă în care francezii au rămas ezitanţi"[10].

Astfel, „Borel a abandonat teoria mulţimilor şi s-a concentrat pe probleme concrete specifice precum existenţa numerelor normale. Lebesgue s-a limitat la studiul «mulţimilor efective», definite în mod precis într-un mod explicit. Însă Lebesgue a rămas atras de misterele geometrice ale continuumului[11], şi este mişcător de urmărit cum aceste contradicţii l-au determinat să facă o greşeală ce putea fi evitată numai prin întrebuinţarea indicilor transfiniţi. Această greşeală a lăsat o deschidere fructificată de matematicienii ruşi Suslin şi Luzin, care au considerat salutară teoria mulţimilor, spre a corecta greşeala doisprezece ani mai târziu"[12].

„Plecând de la această greşeală descoperită într-un articol embrionar al lui Lebesgue[13], Suslin a creat mulţimile analitice (A-sets) şi cu ajutorul lui Luzin, folosind cardinale nenumărabile, a introdus mulţimile proiective. Uimit de fertilitatea demersului rusesc, Lebesgue a remarcat originalitatea lui M. Luzin care „examinează problemele dintr-o perspectivă filosofică şi sfârşeşte cu rezultate matematice"[14].

Încurajând eforturile de a stăvili „expansiunea filosofiei determinismului în psihologie, filosofie şi religie", şi privind această tendinţă ca pe „efectul distructiv al unui accent temporar în matematică", Florenski „considera matematica secolului al XIX-lea

---

pot fi folosite de către omul de ştiinţă fără aserţiuni asupra naturii realităţii". Plecând de pe o poziţie opusă, un rol în această atitudine a elitei franceze l-a avut distincţia făcută de Pascal între „definiţiile numelor" şi „definiţiile lucrurilor", precum şi lupta acestuia împotriva convingerilor lui Descartes cu privire la „cauzele finale" – dat fiind că după Pascal „nu există adevăr absolut, ci numai claritate geometrică. (el înţelegea geometria într-un sens foarte larg; numea teoria probabilităţii pe care o crease «geometrie a hazardului» sau «aleae geometria». Importanţa geometriei în tradiţia matematică franceză a întărit poziţia lui Borel şi Lebesgue în lupta lor împotriva regulilor fără fundamente geometrice de genul celor exprimate de către logicieni precum Russell şi Couturat)" (idem).

[9] „Teoria descriptivă a mulţimilor are la origini teoria integrării dezvoltată de Henri Lebesgue la începutul secolului XX. Cercetările întreprinse asupra mulţimilor Borel de numere reale au condus la teoria mulţimilor proiective şi, mai general, la teoria mulţimilor definibile de numere reale. În urma rezultatelor lui Gödel a devenit aparent faptul că multe întrebări naturale în teoria descriptivă a mulţimilor sunt indecidabile în teoria axiomatică a mulţimilor. Acest lucru a fost confirmat ulterior printr-o proliferare a rezultatelor de independenţă în urma inventării de către Cohen a metodei «forcing»" (http://plato.stanford.edu/entries/set-theory/#9)

[10] Graham, Kantor, art. cit.

[11] „La cel de-al doilea Congres Internaţional de matematică desfăşurat la Paris în 1900, matematicianul german David Hilbert a prezentat un grup de probleme nerezolvate care au rămas celebre până astăzi. Esenţa primei probleme puse de Hilbert era misterul continuumului. Ipoteza Continuumului întreba dacă orice submulţime nenumărabilă a dreptei reale (continuumului) are puterea (cardinalul) continuumului. Această întrebare era în mintea lui Cantor încă din 1880" (idem).

[12] idem.

[13] Henri L. Lebesgue, „*Sur les fonctions représentables analytiquement*", Journal de Mathématiques Pures et Appliquées (6) 1 (1905), 139-216. „Suslin şi Luzin au avut nevoie de câteva luni pentru a înţelege în profunzime structura din spatele acestei probleme" (Graham, Kantor, art. cit.).

[14] idem.

responsabilă de eroziunea convingerilor anterioare cu privire la libertatea voinţei, autonomia religioasă şi mântuire"[15].

El a expus într-un cerc alcătuit din filosofi şi oameni de ştiinţă concepţia că „punctul în care se întâlnesc energia divină şi cea omenească este «*simbolul, care este mai mare decât el însuşi*». Chestiunea *numirii* a primit o importanţă nouă. Faptul de a numi ceva presupunea a da naştere unei entităţi noi"[16], a-i afirma existenţa.

Numirea devine pentru Florenski un semn al libertăţii creatoare cu care a fost înzestrat omul creat după chipul lui Dumnezeu. Astfel, „Florenski era convins că matematica este un produs al creativităţii libere a fiinţelor omeneşti şi are o semnificaţie religioasă. Oamenii îşi pot exercita voinţa liberă şi pot proiecta matematica şi filosofia. Faimoasa sentinţă a lui Georg Cantor că *esenţa matematicii stă tocmai în libertatea sa* a exercitat o puternică atracţie asupra lui Florenski. Matematicienii puteau crea fiinţe (mulţimi) prin chiar numirea lor"[17].

Pentru gânditorii din cercul rus de gândire problema numirii din teoria mulţimilor a reprezentat astfel un prilej de a afirma dimensiunea creatoare a actului ştiinţific dincolo de valenţele cognitive de recunoaştere a unor tipuri de obiecte materiale reale: „Dezvoltarea teoriei mulţimilor a constituit pentru Florenski un exemplu strălucit al modului în care numirea şi clasificarea pot crea breşe în cercetarea matematică. O mulţime însemna pur şi simplu o mumire de entităţi potrivit cu un sistem mental arbitrar, iar nu o recunoaştere de tipuri ale obiectelor materiale reale. Atunci când un matematician crea o mulţime prin numire el dădea naştere unei noi fiinţe matematice. Florenski susţinea că urmează să apară o nouă formă de matematică, ce va salva omenirea de modurile materialiste şi deterministe de analiză atât de întâlnite în veacul al XIX-lea. Şi, într-adevăr, teoria mulţimilor, noile înţelegeri cu privire la fenomenele continue şi discontinue precum dezvoltarea sub numele de Aritmologie a descoperirii lui Hensel, din anul 1897, a numerelor p-adice (care i-a impresionat profund pe Egorov, Luzin şi Florenski, împreună cu ucenicii lor) şi funcţiile discontinue – au devenit mărci de bună calitate ale Şcolii Ruse de Matematică"[18].

Henri Lebesgue a recunoscut în cele din urmă că tocmai «filosofia» – ceea ce el şi colegii săi francezi încercau să evite în matematică – l-a ajutat pe Luzin să-şi realizeze inovaţiile. Într-o prefaţă la cartea lui Luzin publicată la Paris în 1930 Lebesgue scria că la Luzin «exigenţele matematice şi cele filosofice sunt asociate în mod constant, s-ar putea spune chiar întrepătrunse»[19]. Lebesgue a admis că această abordare i-a ajutat pe Luzin şi ucenicii săi să găsească un concept pe care el nu-l văzuse.

În fapt, „matematicienii ruşi Luzin şi Egorov comunicau îndeaproape cu matematicieni francezi ce manifestau preocupări similare". Este interesant schimbul care a avut loc în această întâlnire între şcoala franceză de matematică şi cea rusă, schimb în care componenta filosofico-religioasă a acţionat ca un ferment. Matematicienii din şcoala rusă au asimilat dezvoltările şcolii franceze în propriul mod de gândire în care dimensiunea ştiinţifică şi cea religioasă manifestau o convergenţă în chiar conceptul de „numire". Spre exemplu, „Henri Lebesgue a introdus în 1904 conceptul de «mulţimi efective», prin care înţelegea

---

[15] idem, cf.: P. A. Florenskii, "Vvedenie k dissertatsii *Ideia preryvnosti kak element mirosozertsaniia*", Istoriko-matematicheskie issledovaniia, 1986, 30:170.

[16] Graham, Kantor, art. cit.

[17] idem.

[18] idem.

[19] idem, cf.: Henri Lebesgue, „*Préface*", în: Nicolas Lusin, „*Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications*", Gauthier-Villars, Paris, 1930, p. 11.

mulţimi care pot fi construite fără a folosi Axioma Alegerii a lui Zermelo[20]. El a vorbit despre operaţia de «numire a unei mulţimi», căreia adesea i se spunea «mulţime numită». Echivalentul rusesc era «imennoe mnozhestvo». Astfel cuvântul rădăcină «imia» (nume) apărea în limba rusă atât în termenii matematici pentru noile tipuri de mulţimi, cât şi în curentul religios «imiaslavie» («cinstirea numelui»). Şi, într-adevăr, bună parte din cercetarea lui Luzin în teoria mulţimilor implica studiul mulţimilor efective («mulţimi numite»). Pentru Florenski aceasta însemna că atât religia cât şi matematica se mişcau în aceeaşi direcţie"[21].

Atât matematicienii francezi cât şi cei ruşi se luptau cu problema: ce este un obiect matematic, ce anume este permis şi ce anume ar trebui să fie o bună definiţie a sa. Lebesgue îi scria lui Borel în 1905: «Ne putem oare convinge de existenţa unei fiinţe matematice fără a o defini?»" Răspunsul lui Florenski asumat ulterior de Egorov şi Luzin privea relaţia ontologică între actul numirii şi obiectul numit. Astfel „numirea devine element cheie atât pentru religie cât şi pentru matematică"[22].

În scrisorile către Florenski, Luzin descrie criza spirituală profundă generată de credinţa sa materialist-scientistă din care a ieşit cu ajutorul sprijinului duhovnicesc şi scrierilor lui Florenski. Într-o scrisoare din 1905 scrie: „Viaţa este dureros de deprimantă, Piotr Afanasievici! Concepţiile despre lume pe care le-am cunoscut până acum (concepţii materialiste) nu mă satisfac câtuşi de puţin. Poate greşesc, dar cred că în fiecare dintre ele este un cerc vicios, o rezistenţă fatală de a accepta contingenţa materiei, o rezistenţă, pe care o găsesc cu totul de neînţeles, de a pune în ordine fundamentele, principiile. Abia de curând am ajuns să înţeleg aceasta. Obişnuiam să *cred* în materialism, dar nu puteam trăi conform lui, şi era mizerabil, infinit de mizerabil. Da, acum înţeleg că „ştiinţa", în esenţă, este metafizică, şi bazată pe nimic. [...] Nu pot trăi numai cu ştiinţa. [...] Îmi este dureros de limpede că nu are nici un rost să te fixezi pe o educaţie «ştiinţifică». A vedea în jur acea fatală lipsă de respect pentru sufletul altuia, călcarea lui în picioare, să vezi toate acestea şi să nu ştii modul cuvenit de a te purta cu oamenii, să nu ştii cum să-ţi pui sufletul pentru ei, să simţi prostia nebună din relaţiile umane şi să nu ai, nici să cunoşti adevărul, o, Doamne! ce durere este..."[23].

Luzin a fost foarte marcat de cartea lui Florenski „Stâlpul şi Temelia Adevărului" care, în opina sa, „a distrus fundaţiile vieţii intelectuale, predominantă în epocă, ce rejecta religia în numele raţiunii, şi a apărat în mod briliant şi logic conceptele religioase ce erau

---

[20] „În data de 26 septembrie 1904, matematicianul german Ernst Zermelo i-a scris lui David Hilbert şi i-a spus că a dezvoltat o «demonstraţie că orice mulţime poate fi bine ordonată». Demonstraţia sa folosea ceea ce mai târziu se va chema Axioma Alegerii (Graham, Kantor, art. cit.). (O *mulţime bine ordonată* este o mulţime pe care s-a stabilit o relaţie de ordine totală - i.e. în care orice două elemente sunt comparabile – şi pentru care orice submulţime nevidă admite un minim).

[21] „Roger Cooke de la Universitatea din Vermont a studiat notele personale ale lui Luzin în arhivele din Moscova şi a remarcat că Luzin studia frecvent conceptul de obiect «numibil» şi relaţia sa cu catalogul de probă al florei şi faunei - analizei din clasificarea lui Baire. Pentru Luzin conjectura continuumului era doar un aspect al problemei generale de a numi mulţimea de numere ordinale numărabile. Se pare că el credea că dacă s-ar putea numi această mulţime în sensul lui Lebesgue, n-ar fi dificil să se soluţioneze problema cardinalităţii sale... Luzin se străduia foarte intens să numească toate ordinalele numărabile... La un moment dat, Luzin scria în însemnările sale că «totul pare un vis cu ochii deschişi, un joc cu simboluri, care totuşi generează lucruri însemnate». Altădată scria în grabă: «a numi înseamnă a avea individualitate (*nommer c'est avoir individu*)»" (idem).

[22] idem.

[23] Charles E. Ford, "The influence of P. A. Florenski on N. N. Luzin", Historia Mathematica 25 (1998), p. 337.

desconsiderate sau ignorate de către intelighentsia vremii”. Această din urmă atitudine, opacă la taina şi descoperirea dumnezeiască, constituia „o tragedie mondială a vieţii şi raţiunii”[24].

El remarcă sumedenia de confuzii şi contradicţii din cultura vremii sale, afirmând că a ajuns într-o asemenea stare încât în cadrul ei „e imposibil să mergi mai departe fără să faci rău celor ce trăiesc în ea”. Soluţia „situaţiei imposibile” provenea dintr-un „sol mai adânc decât logica” şi consta în „prefacerea a tot trupul şi a întregii creaţii sub Duhul judecăţii lui Dumnezeu”. El socoteşte cartea lui Florenski „un scandal pentru filosofia universitară” deoarece „în plus faţă de discutarea înţelegerii prin simţuri („Fizică”, „Ştiinţele Naturale”) şi înţelegerea prin minte („Matematică”, „Logică”), Florenski a dat drepturi egale unui alt fel de înţelegere, despre care nu auzi niciodată la universitate, şi anume „înţelegerea mistică intuitivă”. Luzin vede valoarea lucrării tocmai în faptul că în preocuparea de problemele de căpătâi ale vieţii Florenski nu priveşte religia şi mintea în opoziţie ci arătând limitele minţii le transcende mistic-intuitiv, integrând logica şi raţiunea, creînd punţi între zone neconectate şi aducând toate la unitate[25].

Menţionăm că există legături marcante între ideile de „discontinuitate” şi „numere p-adice” promovate de şcoala rusă şi dezvoltări moderne în fizică. Spre exemplu, o teoremă fundamentală a lui Ostrowski arată că orice valoare absolută netrivială pe mulţimea numerelor raţionale este echivalentă fie cu valoarea absolută reală uzuală ori cu una dintre valorile absolute p-adice, unde p este un număr prim.

Vasta majoritate a teoriilor fizice şi cosmologice convenţionale utilizează valoarea absolută reală. O intensă activitate de cercetare desfăşurată in ultimele decenii investighează posibilitatea alternativă a unei structuri p-adice spaţio-temporale. Astfel, au fost dezvoltate idei de „fizică p-adică”, „cosmologie p-adică”, „mecanica cuantică p-adică”, „teoria p-adică a stringurilor”[26].

În articolul său „Quantum gravity from descriptive set theory”[27] M. S. El Naschie cercetează posibilitatea abandonării axiomei arhimedeene (abandonare ce ar implica existenţa unei „cuante de distanţă” sub care măsurătoarea nu are sens), arătând că maximizarea conţinutului informaţional spaţio-temporal Hawking–Bekenstein face existenţa unei

---

[24] idem, p. 337.

[25] idem, p. 337-338.

[26] Volovich, I. V., “p-adic string”, Classical and Quantum Gravity, Volume 4, issue 4 (July 01, 1987), p. L83-L87; Kochubei, A.N., “p-adic commutation relations”, Journal of Physics A: Mathematical, Nuclear and General, Volume 29, issue 19 (October 07, 1996), p. 6375-6378; Djordjevic, G. S., Dragovich, B., Nesic, L., “p-Adic quantum cosmology”, Nuclear Physics B – Proceedings Supplements, Vol. 104, Issue: 1-3, January, 2002. pp. 197-200; Barnaby, N., Biswas, T., Cline, J. M., “p-adic inflation”, Journal of High Energy Physics, Vol. 2007, Issue: 04, April 01, 2007. pp. 056-056; Khrennikov, A. Yu., “p-adic quantum mechanics with p-adic valued functions”, Journal of Mathematical Physics, Vol. 32, Issue: 4, April 1991. pp. 932-937; Ruelle, Ph., Thiran, E., Verstegen, D., Weyers, J., “Quantum mechanics on p-adic fields”, Journal of Mathematical Physics, Vol. 30, Issue: 12, December 1989. pp. 2854-2874; Frampton, P. H., Okada, Y., “p-adic string N-point function”, Physical Review Letters, Vol. 60, Issue: 6, February 08, 1988, pp. 484-486; Vladimirov, V. S., Volovich, Ya. I., “Nonlinear Dynamics Equation in p-Adic String Theory”, Theoretical and Mathematical Physics, Vol. 138, Issue: 3, March 2004. pp. 297-309

[27] El Naschie, M. S., “Quantum gravity from descriptive set theory”, Chaos, Solitons and Fractals 19 (2004) 1339-1344.

„geometrii transfinite” (pe care o modelează matematic în termenii de teorie descriptivă a mulţimilor) „nu numai plauzibilă ci şi probabil inevitabilă”[28].

Idei similare se pot găsi în operele unor celebri fizicieni ca A. Wheeler, D. Finkelstein and G. 'tHooft. Idei de teorie descriptivă a mulţimilor şi-au găsit aplicaţii până şi în teoriile matematice ale fenomenului economic[29].

*

Este interesant de amintit aici şi exemplul lui Cantor (1845-1918), prestigiosul precursor al matematicienilor din şcoala rusă. Matca religioasă a gândirii sale a fost fundamentală în demersul său creativ, de o deosebită fertilitate, cu forţa depăşirii tuturor rezistenţelor date de puternice prejudecăţi şi opoziţii faţă de dezvoltările sale[30] ce au marcat matematica secolului XX.

Acest lucru se desprinde cu claritate din lucrarea lui Joseph W. Dauben şi Herbert H. Lehman: „*Georg Cantor şi bătălia pentru teoria transfinită a mulţimilor*” [31]. Autorii articolului arată că „în dezvoltarea a ceea ce a numit aritmetica numerelor transfinite el a dat conţinut matematic ideii de infinit actual (...) Făcând aceasta el a pregătit terenul pentru teoria abstractă a mulţimilor şi a adus contribuţii semnificative la fundamentele calculului şi analiza continuumului numerelor reale (...) Cea mai remarcabilă realizare a lui Cantor a fost să arate, într-un mod matematic riguros, că conceptul de infinitate nu este unul nediferenţiat. Nu toate mulţimile infinite sunt de aceeaşi mărime, şi prin urmare mulţimile infinite pot fi comparate între ele”.

În acea epocă în care problema infinitului în matematică era un teren nou, „ideile lui Cantor au apărut la început atât de şocante şi contra-intuitive încât eminentul matematician francez Henri Poincaré a condamnat teoria numerelor transfinite ca pe o «boală» de care era sigur că matematica se va lecui cândva”[32].

---

[28] „O aplicaţie surprinzătoare a Axiomei Alegerii în sensul «neconstructiv» este Paradoxul Banach-Tarski care afirmă că o bilă poate fi partiţionată într-un număr finit de mulţimi disjuncte care pot fi apoi rearanjate spre a forma două bile de aceeaşi rază cu cea iniţială. Acesta este desigur un paradox numai atunci când insistăm asupra vizualizării mulţimilor abstracte drept ceva ce există în lumea fizică. Mulţimile folosite în Paradoxul Banach-Tarski nu sunt obiecte fizice, chiar dacă există în sensul că existenţa lor este demonstrată din axiomele matematicii (între care şi Axioma Alegerii)” (http://plato.stanford.edu/entries/set-theory/).

[29] Sofronidis, N. E., “Mathematical Economics and Descriptive Set Theory”, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 264, Issue: 1, December 1, 2001. pp. 182-205.

[30] „Se poate considera ca dată de naştere a teoriei mulţimilor anul 1873, în care Georg Cantor a demonstrat nenumărabilitatea mulţimii punctelor de pe axa reală. S-ar putea argumenta chiar că 7 decembrie 1973 este data de naştere exactă, înscrisă în scrisoarea lui Cantor către Dedekind prin care îi aduce la cunoştinţă descoperirea sa. Nimeni nu prevăzuse până atunci posibilitatea ca infinităţile să fie în mărimi diferite şi, mai mult, matematicienii nu aveau nici o întrebuinţare pentru «infinitul actual»” - Set Theory (Stanford Encyclopedia of Philosophy), http://plato.stanford.edu/entries/set-theory/.

[31] Vom folosi în cele ce urmează ca sursă bibliografică lucrarea: Joseph W. Dauben, Herbert H. Lehman, „*Georg Cantor şi bătălia pentru teoria transfinită a mulţimilor*”, în: Proceedings of the 9th ACMS Conference (Westmont College, Santa Barbara, CA) (pp. 1-22). Versiunea pentru internet este publicată în: *Journal of the ACMS* 2004.

[32] idem.

Cantor a fost atacat vehement de unul dintre profesorii săi şi totodată o personalitate marcantă a şcolii germane de matematică, Leopold Kronecker. Acesta din urmă l-a numit chiar „«şarlatan ştiinţific», «renegat» şi «corupător al tinerilor»". Însă, remarcă autorii articolului menţionat, „tocmai dimensiunea teologică a înţelegerii de către Cantor a infinitului l-a asigurat, şi în fapt l-a încredinţat, de adevărul ei deplin, indiferent de opiniile împotriva teoriei venite din partea unor oponenţi precum Kronecker"[33].

Plecând de la un studiu efectuat în domeniul seriilor trigonometrice, „Cantor a realizat necesitatea găsirii unei teorii riguroase a numerelor reale pentru a face posibilă analiza riguroasă a continuumului". În 1874 Cantor a publicat în *Revista Crelle* descoperirea revoluţionară a nenumărabilităţii continuumului numerelor reale. În articolul menţionat Cantor a arătat nenumărabilitatea mulţimii numerelor reale şi numărabilitatea mulţimii numerelor algebrice, aducând prin aceasta o nouă demonstraţie a existenţei numerelor transcendente şi stârnind opoziţia făţişă a lui Kronecker. Acesta din urmă, din cauza vederilor filozofice conservatoare, se pronunţa împotriva analizei Weierstrassiene şi teoriei mulţimilor, insistând „asupra folosirii numerelor întregi spre a oferi singura fundamentare satisfăcătoare pentru matematică"[34].

Opoziţia lui Kronecker l-a determinat pe Cantor să evalueze fundamentul teoriei pe care tocmai o crease şi să dezvolte lungi pasaje filosofice în sprijinul acesteia[35]. Amintim aici faimoasa afirmaţie a lui Cantor că „esenţa matematicii constă tocmai în libertatea ei"[36], mesajul său constituind după David Hilbert „o pledoarie pentru obiectivitate şi deschidere printre matematicieni"[37].

Este interesant de remarcat deschiderea lui Cantor spre teologie. El a întreţinut o corespondenţă cu mai mulţi „teologi interesaţi de implicaţiile filosofice ale teoriilor cu privire la infinit", dat fiind că era „încredinţat că numerele transfinite i-au venit ca un mesaj de la Dumnezeu"[38].

De asemeni, este semnificativă alegerea pentru numerele transfinite a alephurilor ebraice, deja accesibile în fonturile tipografilor germani, Cantor ţinând cont de faptul că „alephul ebraic era şi un simbol pentru numărul 1". Iar „cum numerele cardinale infinite erau ele însele unităţi infinite, alephul putea fi preluat pentru a reprezenta un nou început în matematică"[39].

Un alt rezultat important, obţinut în 1891 cu ajutorul faimoasei sale metode de diagonalizare a fost că „numărul cardinal al oricărei mulţimi este întotdeauna mai mic decât cardinalul mulţimii tuturor submulţimilor sale"[40].

---

33 idem.

34 „Atunci când Lindemann a stabilit transcendenţa lui π în 1882, Kronecker a întrebat ce valoare poate să aibă rezultatul, pentru că numerele iraţionale nu există" (idem).

35 idem., v. Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre, 1883.

36 idem.

37 idem. „Punând accentul pe auto-consistenţă şi libertatea intrinsecă a matematicii, Cantor a promovat un element esenţial al cercetării intelectuale. Mintea trebuie să fie liberă să urmeze adevărul oriunde ar conduce acesta. Inspiraţia trebuie încurajată, iar nu răstălmăcită printr-o prejudecată arbitrară" (idem).

38 idem.

39 idem.

40 idem.

Câţiva ani mai târziu, Cantor a dedus de aici că „numărul cardinal al continuumului numerelor reale este egal cu numărul cardinal al mulţimii submulţimilor lui **Z**, şi a sperat că după acest rezultat va da curând o soluţie la ipoteza continuumului”[41].

Căutările lui Cantor priveau fundamentele teoriei mulţimilor, interogaţia vizând definirea dată mulţimii[42]. „În 1903 Rusell a arătat că în teoria mulţimilor rezultă un paradox din considerarea tuturor mulţimilor care nu se includ pe ele însele ca elemente. De aici reieşea că este ceva fundamental greşit în definiţia dată mulţimii de către Cantor, iar consecinţele acestei realizări au devenit o problemă importantă a matematicii veacului XX”. Însă „chiar înaintea lui Bertrand Russell, Cantor ajunsese deja la propria versiune asupra paradoxurilor teoriei mulţimilor în forma contradicţiilor pe care le-a asociat ideii de cel mai mare număr ordinal sau cardinal”[43].

Realizând acest paradox şi implicaţiile lui încă din 1883, Cantor „se referea la clase prea largi pentru a fi înţelese drept entităţi bine definite, complete, unificate”. În legătură cu aceasta, el făcea chiar „referiri obscure la absolutul dumnezeiesc” care „nu permite determinări”[44]. În apărarea sa, Cantor afirmă că încredinţarea asupra trainiciei teoriei sale provine atât din examinarea amănunţită a tuturor feţelor problemei şi a obiecţiilor aduse, cât şi, mai presus de toate, din apelul mistic-metafizic la rădăcină, adică „la prima cauză a tuturor lucrurilor create”. Referinţele sale abundente la Părinţi bisericeşti şi afirmaţiile sale filosofic-metafizice arată rădăcinile religioase adânci ale încredinţării de adevărul teoriei sale.

La câteva decenii după moartea lui Cantor, Wittgenstein se plângea de faptul că matematica este „dominată în întregime de idiomurile vătămătoare ale teoriei mulţimilor”, pe care le respingea ca pe un „total nonsens”, ceva „vrednic de râs” şi „eronat”. Cu toate acestea, în 1904 Societatea Regală i-a decernat lui Cantor cea mai înaltă distincţie pe care o

---

41 „În 1903 Rusell a arătat că în teoria mulţimilor rezultă un paradox din considerarea tuturor mulţimilor care nu se conţin pe ele însele ca elemente. De aici reieşea o că este ceva fundamental greşit în definiţia dată mulţimii de către Cantor, iar consecinţele acestei realizări au devenit o problemă importantă a matematicii veacului XX (...) Chiar înaintea lui Bertrand Russell, Cantor ajunsese deja la propria versiune asupra paradoxurilor teoriei mulţimilor în forma contradicţiilor pe care le-a asociat ideii de cel mai mare număr ordinal sau cardinal” (idem).

42 “În anii ce au urmat descoperirilor lui Cantor, dezvoltarea teoriei mulţimilor nu s-a preocupat în mod special de modul precis în care să fie definite mulţimile. Definiţia «informală» a lui Cantor era suficientă pentru a efectua demonstraţii în noua teorie, în înţelegerea că teoria poate fi formalizată prin reformularea definiţiei informale ca un sistem de axiome. La începutul lui 1900 a devenit limpede necesitatea de a afirma în mod precis ce anume supoziţii fundamentale sunt făcute în cadrul teoriei mulţimilor; cu alte cuvinte, a apărut nevoia de a axiomatiza teoria mulţimilor. Cel care a reuşit aceasta a fost Ernst Zermelo, şi raţiunile imediate pentru axiomele sale erau îndoite. Prima dintre ele a fost descoperirea unui paradox în teoria mulţimilor care a primit numele de Paradoxul lui Russell. Fie «mulţimea» S a tuturor mulţimilor care nu se conţin pe sine ca element. Dacă se acceptă principiul că toate aceste mulţimi pot fi colectate într-o mulţime, atunci S ar trebui să fie o mulţime. Este uşor de văzut totuşi că aceasta duce la o contradicţie (se conţine mulţimea S pe sine însăşi ca element?) Cealaltă raţiune pentru axiome era mai subtilă. În cursul dezvoltării teoriei lui Cantor cu privire la numerele cardinale şi ordinale s-a ridicat întrebarea dacă orice mulţime poate fi înzestrată cu o anume structură, numită *bună ordonare* a mulţimii. Zermelo a arătat că într-adevăr orice mulţime poate fi bine ordonată, însă numai după introducerea unei noi axiome care nu părea să rezulte din celelalte principii, mai de la sine evidente. Axioma Alegerii a devenit un instrument standard pentru matematica modernă, deşi nu fără numeroase obiecţii din partea unor matematicieni şi discuţii în literatura matematică şi filosofică.”. http://plato.stanford.edu/entries/set-theory/

43 Dauben, Lehman, Op. cit.

44 idem.

putea conferi, medalia Sylvester. David Hilbert l-a apărat de criticii săi prin faimoasa zicere: «Nimeni nu ne va scoate din Paradisul pe care Cantor l-a creat»”[45].

În perspectiva tradiţiei patristice creştine, fiecare lucru creat poartă în sine pecetea infinităţii prin pecetea actului dumnezeiesc creator, a logosului divin incorporat. Dăruind făpturilor create infinitul chipului sau logosului şi harului susţinător, dându-le capacitatea de a se face la măsura lor părtaşe la infinitate ca însuşire dumnezeiască, Dumnezeu a rânduit felurimea lor şi structura ierarhică a lumii ca scară de raţiuni ce indică spre Sine. Taina fiinţei dumnezeieşti rămâne „infinit” mai presus de cele „din jurul Său” sau însuşirile sale oglindite în făpturi, rămânând nu mai puţin în întregime prezentă şi lucrătoare în ele. Numerele transfinite au fost, se pare, pentru Cantor, un semn învăluit, în ghicitură, al unei asemenea „scări de raţiuni” spre taina dumnezeiască.

*

Se pot întrevedea, plecând de la exemplele de mai sus, fertilitatea şi forţa creatoare a unui demers în care omul urmează chemării spre înaintarea infinită în cunoaştere, iar teologia, filosofia şi ştiinţa se întrepătrund spre a urma Adevărului ce-l face pe om liber.

Una dintre cele mai interesante provocări din zilele noastre este această înţelegere concertată a modurilor cunoaşterii. Dacă ştiinţa presupune în mod natural o punere în rânduială a informaţiilor sau cunoştinţelor venite prin simţuri prin descoperirea legităţilor şi dinamicii lor structurale, iar filosofia o punere în rânduială a universului ideilor sau gândurilor prin cheia logicii şi raţiunii omeneşti mergătoare spre fundamentele şi limitele gândirii cu orizontul ei de interogaţii, teologia este o punere în rânduială a dialogului cu Dumnezeu şi lumea prin cheia rugăciunii şi liturghiei, a faptelor, cuvintelor şi imaginilor revelate, a participării la tainele şi lucrările dumnezeieşti.

Când în veacul al XIV-lea Sfântul Grigorie Palama vorbea despre *nenecesitatea* pentru cunoaşterea lui Dumnezeu a cunoaşterii din afară *specializate*, asta nu însemna nenecesitatea întrepătrunderii demersurilor ştiinţifice, filosofice şi teologice în sensul lor genuin, de punere în rânduială sau orânduire a vieţii omeneşti în moduri specifice.

Dimpotrivă, în metodologia ascetică patristică, acest sens genuin este implicat în *paza simţurilor* – punerea unei rânduieli în raportarea la lumea sensibilă, *paza minţii* – punerea unei rânduieli în raportarea la lumea inteligibilă, şi *rugăciunea liturgică a inimii* – punerea unei rânduieli în raportarea personală participativă la Dumnezeu, precum şi la icoanele Sale vii şi darul Său din creaţie. Condiţie a cunoaşterii lui Dumnezeu, despătimirea sau purificarea presupune ea însăşi un asemenea demers concertat al celor trei moduri întrepătrunse de cunoaştere.

În spaţiul românesc găsim o asemenea înţelegere aprofundată a perspectivei creştine patristice la Părintele Ghelasie de la Frăsinei (1944-2003). El vede problema cunoaşterii într-un mod unificat prin prisma distincţiei între planuri şi moduri întrepătrunse ale Persoanei, transpunând în antropologie distincţia patristică între fiinţă şi energii în Dumnezeu, precum şi indicaţia trinitară a fiinţei divine.

Astfel, pe de o parte cunoaşterea nu este „Panteistă, Monolog şi Absorbire a Multiplicării în Singularitatea Absolută”, ci are condiţia dialogului-coexistenţei „între Creator şi Creaţie, fără amestecare şi absorbire, ci ca Transfigurare-Permanentizare Unul în Celălalt, fără anihilare”. Pe de alta, remarcă el, „în Creştinism este o Împletire între Religie şi Ştiinţă,

---

[45] http://en.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor

între Suflet şi Corp, între Taină şi Descoperire, între Fiinţă şi Energii Har", nu în „Amestec-Sincretism" ci în „Dialog Egal, Coexistent şi Neamestecat"[46].

Cunoaşterea creştină nu este orientată de un simplu efort reducţionist de încifrare sau raţionalizare, ci de o „rânduială/orânduire" a deschiderii şi întemeierii dialogic-participative în „trupul" tainei şi „priveliştea" descoperirii: „Creştinismul nu este Sistem Religios sau Filosofic, ci este Viziune în veşnică Deschidere-Descoperire. Dogma Relevată Creştină nu este Sistem-Închidere, ci Definire în Deschidere. Cunoaşterea Creştină este Deschidere-Descoperire în Definire, este Taină în Diferite Moduri de Definiri ce Evidenţiază şi mai mult Taina ca Taină"[47].

De asemeni, gramatica logicii creştine, ţinând cont de capacitatea de chip a omului, poartă pecetea Treimii: „Dumnezeu Tatăl, Sfântul Duh şi Fiul sunt Definiri Absolute ale Tainei Absolute, nu ca Închidere de Taină, ci ca Deschidere de Taină Absolută în Definiri tot Absolute ca Absolute Deschideri. De aici Trinitatea Creştină ca: Dumnezeu Tatăl-Taina-Vedere Absolută; Sfântul Duh Dumnezeu-Cunoaşterea-Privire-Descoperire; Dumnezeu Logosul Fiul-Limbajul-Identificare. Aceasta este Gramatica Logicii Creştine"[48].

Cunoaşterea creştină apare în această perspectivă ca trinitate neamestecată şi nedespărţită de moduri în triplă deschidere afirmativă, astfel încât „Taina-Mistica este în Egalitate şi Coexistenţă cu Ştiinţa-Cunoaşterea şi cu Limbajul-Identificarea. De aici Trinitatea totodată şi neamestecată a Cunoaşterii Creştine, ca Mistică, Metafizică, Teologie. Cunoaşterea Creştină nu este în stil Teosofic-Dualist, ci este Trinitate-Unicitate, Unul şi Multiplul totodată în mod neamestecat şi niciodată vreunul în lipsa celuilalt"[49].

[46] Ieromonah Ghelasie, „*Medicina Isihastă*", Ed. Platytera, 2008, pp. 12-13.
[47] Idem, p. 13.
[48] Idem.
[49] Idem.